

有趣的数学

——道路中的数学

中国的科学技术不断发展，已经与国际接轨，并走在了世界的前列，成为世界上有影响力的大国。而城市的建设，体现了一个国家的繁荣昌盛。而城市的建设发展取决于这个城市的道路是否宽阔，是否畅通，也就是道路的建设。

石家庄市中华大街为一新建城市主干道，道路设计年限为 20 年。该道路使用若干年后，路面需要改建（加铺路面），如把设计年限 20 年分为四个时期，每个时期为 5 年。假设每个时期内各年的路面养护费用及由于路面变坏而引起的附加行使费是不变的，又设路面改建是在某个时期末进行的。由于各个时期损坏程度不同，所以各时期的路面改建费用也不一样。那么怎样改造养护路面，才能使总费用最少？

路面养护费用及附加费用（万元/公里）

道路改建年限	第一个 5 年	第二个 5 年	第三个 5 年	第四个 5 年
每年养护费及附加费用	4	6.4	9.6	14.4
5 年总费用	20	32	48	72

路面改建费用（万元/公里）

道路改建年限	使用 5 年后	使用 10 年后	使用 15 年后
路面改建费用	48	56	60

解：（1）道路只养护不改建所需费用

$$20+32+48+72=172 \text{ (万元)}$$

(2) 道路每 5 改建一次

$$\text{改建费用: } 48+48+48=144 \text{ (万元)}$$

$$\text{养护及附加费用: } 20+20+20+20=80 \text{ (万元)}$$

$$\text{总费用: } 144+80=224 \text{ (万元)}$$

(3) 道路使用 10 年后改建, 后 10 年养护

$$\text{改建费用: } 56 \text{ (万元)}$$

$$\text{养护及附加费用: } 20+32+20+32=104 \text{ (万元)}$$

$$\text{总费用: } 56+104=160 \text{ (万元)}$$

(4) 道路使用 15 年后改建, 后 5 年养护

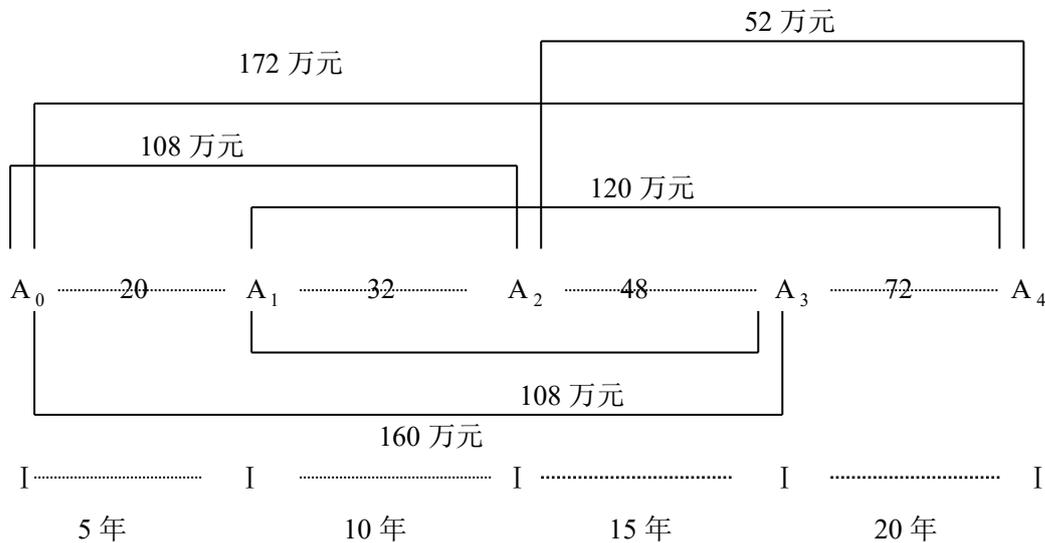
$$\text{改建费用: } 60 \text{ 万元}$$

$$\text{养护及附加费用: } 20+32+48+20=120 \text{ (万元)}$$

$$\text{总费用: } 60+120=180 \text{ (万元)}$$

由于可供选择的方案还有很多, 由以上计算得知: 方案不同, 总费用也不同。

怎样改建才能使总费用最少呢? 这个问题可化为最短线路求解。根据题意, 可画出下图



图中 A_0 表示中华大街刚建成时的状态， A_1 、 A_2 、 A_3 分别表示中华大街使用 5 年、10 年、15 年时的状态， A_4 表示中华大街到达使用年限时的状态。节点间连线的数字表示各状态间的路面改建、养护及附加费用的总和。因此，原问题就变成了求上图的最短线路问题。从图中得知：从 A_0 经过 A_1 、 A_2 、 A_3 到达 A_4 的路程最短，即在中华大街设计使用年限 20 年内，第 10 年末进行一次路面改建，后 10 年至对中华大街进行养护，这样总费用最少，为 $56+(20+32)\times 2=160$ （万元）。

数学多么有趣啊，它就像一个美丽的大花园。让我们携起手来，走进美妙的数学花园，去探索更多的秘密。

作者：河北省石家庄市桥东区华英双语学校 五年级二班 李瑞康

辅导老师：王霞